

DOI : 10.33274/2079-4762-2024-55-1-79-89

JEL : C19, D29

УДК 369.04

Лохман Н. В.,
доктор екон. наук,
доцент

Донецький національний університет економіки і
торгівлі імені Михайла Туган-Барановського,
м. Кривий Ріг, Україна,
e-mail: lokhman@donnuet.edu.ua

Берідзе Т. М.,
доктор екон. наук,
доцент

Криворізький національний університет,
м. Кривий Ріг, Україна
e-mail: beridzet2016@gmail.com

Баранник З. П.,
доктор екон. наук,
професор

Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана,
м. Київ, Україна.
e-mail: beridzet2016@gmail.com

Бугра А. В.,
канд. пед. наук,
доцент

Криворізький національний університет,
м. Кривий Ріг, Україна
e-mail: alina.bugra@knu.edu.ua

ПРОГНОЗУВАННЯ ВАРТІСТІ ЗАЛІЗОРУДНОЇ СИРОВИНИ НА ЗАСАДАХ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ЧАСОВОГО РЯДУ

UDC 369.04

Lokhman N. V.,
Doctor of Economic Sciences,
Associate Professor

Mykhailo Tugan-Baranovskyi Donetsk National Uni-
versity of Economics and Trade,
Kryvyi Rih, Ukraine,
e-mail: lokhman@donnuet.edu.ua

Beridze T. M.,
Doctor of Economic Sciences,
Associate Professor

Kryvyi Rih National University,
Kryvyi Rih, Ukraine,
e-mail: beridzet2016@gmail.com

Baranik Z. P.,
Doctor of Economic Sciences,
Professor

Kyiv National Economics University named after
Vadym Hetman,
Kyiv, Ukraine,

Bugra A. V.,
PhD in Pedagogical Sciences, Associate
Professor

e-mail: beridzet2016@gmail.com
Kryvyi Rih National University,
Kryvyi Rih, Ukraine,
e-mail: alina.bugra@knu.edu.ua

FORECASTING THE VALUE OF IRON ORE RAW MATERIALS ON THE BASIS OF STATISTICAL TIME SERIES ANALYSIS

Мета. Прогнозування часового ряду як стохастичного щодо вартості залізорудної сировини за засадах методу Бокса-Дженкінса

Методи. У процесі дослідження використано такі методи та прийоми пізнання: теоретичне узагальнення і порівняння для вибору методу прогнозування, аналіз і синтез з метою системності дослідження, узагальнення та систематизації задля отримання відповідних висновків, статистичні методи аналізу часових рядів з метою отримання прогнозу.

Результати. У статті представлено етапи проведення статистичного аналізу часового ряду вартості залізорудної сировини. Встановлено, що сучасні економічні дослідження потребують більш ретельного аналізу залежності вартості залізорудної сировини від часу. Обґрунтовано, що необхідно розрізняти імовірнісну (стохастичну) модель і спостережуваний

часовий ряд; для оптимального прогнозування вартості певного товару доцільно побудувати стохастичну модель. Побудовано математичні моделі стохастичних часових рядів, що відображають динаміку вартості залізнорудної сировини. Синтезовані стохастичні моделі враховують, що послідовні значення в часових рядах мають певну залежність, тому доцільно розглядати їх як породжені послідовністю незалежних імпульсів. На основі дослідження реальної залежності вартості товару від часу побудовано математичні моделі стохастичних часових рядів, що були застосовані для побудови прогнозу. Для безпосередньої реалізації прогнозу вартості товару побудовано відповідний стохастичний часовий ряд; сформовано економіко-математичну модель на основі динамічного ряду з метою прогнозування. Обґрунтовано, що якість прогнозу визначається не тільки похибкою прогнозу, а й кількістю параметрів, що входять до моделі функції прогнозування. Подальші дослідження спрямовані на проведення порівняльного аналізу методів прогнозування з метою виявлення відповідних помилок.

Ключові слова: економіко-математична модель, підприємство, вартість, часовий ряд.

Постановка проблеми. Сучасний стан економіки України потребує ретельного вивчення шляхів виходу із застою за допомогою залучення нових підходів. Для вирішення подібних завдань одним із найважливіших способів є застосування економіко-математичного моделювання з метою прогнозування економічних показників. Використання методів екстраполяції для прогнозу економічних показників, зокрема вартості товару, застосовувалося і раніше. Проте поява сучасних цифрових технологій дало змогу впровадити якісні зміни при вирішенні цих завдань шляхом більш глибокого опрацювання статистичного матеріалу.

Аналіз останніх досліджень. Питанням прогнозування на підставі застосування часових рядів присвячено чимало публікацій. Викликає певну увагу дослідження авторів Соколовської З. М., Андрієнко В. М. та Івченко І. Ю., які присвячені прогнозуванню динаміки вартості мінімального набору товару. Модель з лінійним трендом та сезонними фіктивними змінними показала високу адекватність. [2].

Цікавим є також застосування економіко-математичних моделей у фінансовій сфері.

Так, Пономаренко В.С., Тридід О.М., Кизим М.О. провели економіко-математичне моделювання часових рядів, що характеризують виробничі процеси на основі використання класу моделей авторегресії – ковзного середнього [3]. У роботі, наприклад, наголошено, що «використання класу моделей авторегресії – ковзного середнього, у процесі моделювання параметрів розвитку виробничого процесу, дозволяє з високим ступенем точності

передбачати не лише поточні, а й майбутні коригування певних показників на період до трьох-чотирьох місяців» [3].

Проведений аналіз останніх досліджень та публікацій доводить безумовну актуальність застосування моделювання часових рядів для вирішення досить складних завдань. На першому етапі застосування економіко-математичного моделювання виникає питання про вибір найбільш ефективнішого методу вирішення поставленого завдання. Враховуючи, що статистичні дані про вартість товару надходять через заданий проміжок часу (один рік), тобто є дискретними стохастичними часовими рядами, можна припустити, що найбільш відповідним буде застосування кореляційної теорії випадкових процесів [3]. Зокрема, є доцільним застосування параметричних методів, хоча вони вимагають більш повної інформації з досліджуваних часових рядів [4, 5]. Так, науковиця Черноус Г.О. дослідила застосування інструментарію економіко-математичного моделювання в процесах формування тенденцій економічної системи; визначила підходи до відповідних процесів моделювання [6]. Серед наукових досліджень щодо економіко-математичного моделювання відповідних економічних процесів слід зазначити публікації вчених Бутник О. М. [7], Тімофєєва В.О., Чумаченко І.В. [8], Пархоменко О.П [9], в яких докладно досліджено питання економіко-математичного моделювання трендів розвитку економічних системи. Треба звернути увагу, що питання моделювання висвітлювалися в науковій літературі продовж більш ніж десяти років. Разом з тим ці питання

залишаться актуальними й потребувати свого розвитку.

Мета статті. Прогнозування часового ряду як стохастичного щодо вартості залізорудної сировини за засадах методу Бокса-Дженкінса.

Для досягнення поставленої мети було сформульовано такі завдання: побудувати стохастичний часовий ряд вартості товару, а саме вартість залізорудної сировини; розробити математичну модель відповідної вартості на основі часового ряду з метою прогнозу.

Виклад основного матеріалу досліджень. Основний зміст цього дослідження складає побудова стохастичних моделей для часових рядів з вартості товару та використання цих моделей у прогнозуванні. Якщо час змінюється дискретно, то часовий ряд дискретний. Спостереження дискретного часового ряду з вартості товару, зроблені у моменти часу $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_N$, можуть бути позначені $u(t_1), u(t_2), \dots, u(t_i), \dots, u(t_N)$. Якщо спостереження робляться через фіксований інтервал часу Δt і $i \in N$ послідовних значень спостережень ряду, можна записати $u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_N$, позначаючи спостереження, зроблені в рівновіддалені моменти часу $t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, \dots, t_0 + i \cdot \Delta t, \dots, t_0 + N\Delta t$. Надалі, значення t_0 і Δt не важливі, але якщо необхідно точно визначити спостереження, то необхідно вказати їх значення. Якщо прийняти t_0 за начало відліку часу, тобто $t_0 = 0$, а Δt за одиницю часу, тобто $\Delta t = 1$, то u_i можна розглядати як спостереження вартості товару в i -ий момент часу. Для опису поведінки фізичних об'єктів зазвичай застосовуються їх математичні моделі. Якщо вдається отримати модель, засновану на фізичних законах, така модель була б детермінованою. Разом з цим, практично навіть така модель не є повністю детермінованою, оскільки у ній можуть брати участь ряд неврахованих чинників. Для таких об'єктів не можна запропонувати детерміновану модель, яка допускає точне обчислення майбутньої поведінки об'єкта. Тим не менш, можна запропонувати модель, що дозволяє обчислити ймовірність того, що деяке майбутнє значення буде лежати в певному інтервалі. Така модель називається стохастичною. Моделі часових рядів вартості товару у часовій

області в дійсності є стохастичними. Стаціонарні моделі є важливим класом стохастичних моделей для опису часових рядів. Вони ґрунтуються на припущенні, що процес залишається в рівновазі щодо постійного середнього рівня, що підтверджується вивченням часових рядів вартості товару у часовій області.

Однією з важливих прикладних завдань є прогнозування майбутніх значень часового ряду за його поточними та минулими значеннями. Головна особливість у розробці моделей стохастичних часових рядів – припущення про стаціонарність. Стаціонарний стохастичний часовий ряд зручно описувати його середнім значенням, дисперсією та автокореляційною функцією. Для оцінки середнього значення дискретного стохастичного процесу можна скористатися середнім вибірковою

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i, \quad (1)$$

де $u_1, u_2, \dots, u_N$ – значення часового ряду.

В свою чергу, дисперсія дискретного стохастичного процесу оцінюється за допомогою вибіркової дисперсії

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2, \quad (2)$$

Для оцінки зв'язку між значеннями часового ряду застосовується автокореляція із затримкою k , яка дорівнює

$$\rho_k = \frac{1}{(N-1) \cdot \sigma_u^2} \sum_{i=1}^{N-k} (u_i - \bar{u})(u_{i+k} - \bar{u}), \quad k = 0, 1, 2, \dots, K, \quad (3)$$

Побудова прогнозу ґрунтується на основі дослідження дискретних стохастичних процесів, якими є часові ряди вартості товару у часовій області. Використання доступних на час i спостережень часового ряду для прогнозування його значення у певний час у майбутньому $i + l$ є основою планування. І тут існує потреба у прогнозі на інтервал, який називається часом попередження [1]. Оскільки спостереження доступні у дискретні рівновіддалені моменти часу, то при прогнозуванні вартості товару вартість u_i у

поточному році та вартості $u_{i-1}, u_{i-2}, \dots, u_0$ у попередні роки можуть бути використані з випередженням $l = 1, 2, \dots$. Позначимо через $\hat{u}_i(l)$, зроблений у момент часу i прогноз вартості u_{i+l} у певний момент часу $i + l$ у майбутньому, тобто із випередженням l . Функція $\hat{u}_i(l), l = 1, 2, \dots$, що дає в момент часу i прогнози для всіх майбутніх часів попередження, називається прогнозуючою функцією в момент часу i . Мета - отримати таку прогнозуючу функцію, у якій середнє значення квадрата відхилення істинного значення від значення, що прогнозується, було найменшим для кожного попередження l . До обчислення найкращого прогнозу, необхідно також вказати його точність, щоб можна було оцінити ризик, пов'язаний з рішеннями, що ґрунтуються на прогнозуванні. Точність прогнозу виражається ймовірнісними межами з обох боків від кожного прогнозованого значення. Ці межі можна визначити для будь-якого зручного набору ймовірностей, наприклад, для 50% і 95%. Сенс цих меж полягає в тому, що значення тимчасового ряду, що з'явиться у відповідний час, із зазначеною ймовірністю лежатиме всередині цих меж.

Розглянемо найбільш поширені методи математичного моделювання з метою прогнозування стохастичних часових рядів на прикладі вартості товарів.

Треба підкреслити, що для оптимального прогнозування треба збудувати стохастичні моделі. У подальшому, необхідно розрізняти імовірнісну (стохастичну) модель і часовий ряд, що спостерігається. Стохастична модель, для якої прогнозування експоненційно зваженим ковзним середнім є оптимальним, відноситься до класу нестационарних процесів, які називаються процесами авторегресії-проінтегрованого ковзного середнього (АРПКС). Цей широкий клас процесів забезпечує безліч як стаціонарних, так і нестационарних моделей, які адекватно описують багато тимчасових рядів, що зустрічаються на практиці. Розглянутий підхід до прогнозування полягає у знаходженні спочатку адекватної стохастичної моделі для досліджуваного часового ряду.

Надалі, введемо позначення оператора зсуву назад B , що визначається як

$$Bu_i = u_{i-1}. \quad (4)$$

Ще один важливий оператор - різнице-вий оператор зі зсувом назад ∇ , який можна виразити через оператор (4)

$$\nabla u_i = u_i - u_{i-1} = (1 - B)u_i. \quad (5)$$

Синтезовані стохастичні моделі враховують, що у часових рядах послідовні значення сильно залежні. Тому доцільно їх розглядати як генеровані послідовністю незалежних імпульсів a_i . Ці імпульси - реалізація випадкових величин з нормальним розподілом з нульовим середнім та дисперсією σ_a^2 . Послідовність $a_i, a_{i-1}, \dots$ можна перетворити на процес u_i за допомогою лінійного фільтра, шляхом обчислення виваженої суми попередніх спостережень, так що

$$u_i = \mu + a_i + \psi_1 a_{i-1} + \dots = \mu + \psi(B)a_i, \quad (6)$$

де μ - параметр, що визначає рівень процесу,

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots$$

лінійний оператор, який перетворює a_i в u_i .

Послідовність $\psi_1, \psi_2, \dots$ може бути кінцевою чи нескінченною. Якщо ця послідовність сходиться, то фільтр є стійким, а процес (6) буде стаціонарним.

Визначимо найбільш важливі класи моделей. Модель авторегресії є винятково корисною стохастичною моделлю. В цій моделі поточне значення процесу виражається як кінцева лінійна сума попередніх значень процесу та імпульсу a_i , тобто

$$\tilde{u}_i = \phi_1 \tilde{u}_{i-1} + \phi_2 \tilde{u}_{i-2} + \dots + \phi_p \tilde{u}_{i-p} + a_i, \quad (7)$$

де $\tilde{u}_{i-j} = u_{i-j} - \mu, (j = 0, 1, \dots, p)$ - відхилення від μ .

Формула (7) виражає процес авторегресії (АР) порядку p .

Якщо визначити оператор авторегресії порядку p як

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p, \quad (8)$$

то модель авторегресії порядку P , можна записати у вигляді

$$\phi(B)\tilde{u}_i = a_i, \quad (9)$$

Треба підкреслити, порівнюючи (6) і (9), має місце рівність

$$\psi(B) = \phi^{-1}(B), \quad (10)$$

Процеси авторегресії можуть бути стаціонарними або нестаціонарними. Щоб процес був стаціонарним, потрібно вибрати $\phi(B)$ так, щоб ваги в (9) утворювали збіжний ряд.

Інший тип моделей, що має велике значення в описі часових рядів - це процеси ковзного середнього. Нехай $\tilde{u}_i$ лінійно залежить від кінцевого числа q попередніх a_i , тобто

$$\tilde{u}_i = a_i - \theta_1 a_{i-1} - \theta_2 a_{i-2} - \dots - \theta_q a_{i-q}, \quad (11)$$

Процес (11) називається процесом ковзного середнього (КС) порядку q , якщо визначити оператор КС порядку q у вигляді

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q, \quad (12)$$

то модель КС можна записати у вигляді

$$\tilde{u}_i = \theta(B)a_i, \quad (13)$$

Для досягнення більшої гнучкості в пристосуванні моделей до часових рядів іноді доцільно об'єднати в одній моделі АР і КС. Це призводить до комбінованої моделі АРКС

$$\tilde{u}_i = \phi_1 \tilde{u}_{i-1} + \dots + \phi_p \tilde{u}_{i-p} + a_i - \theta_1 a_{i-1} - \dots - \theta_q a_{i-q}, \quad (14)$$

або

$$\phi(B)\tilde{u}_i = \theta(B)a_i$$

Багато рядів виявляють нестаціонарний характер і, зокрема, не коливаються щодо фіксованого середнього. Проте їх властивості можуть бути певним чином однорідними. Такий ряд може бути представлений узагальненим оператором авторегресії $\phi(B)$, який можна записати у вигляді

$$\phi(B) = \phi(B)(1 - B)^d, \quad (15)$$

де $d = 1, 2, \dots$

Тоді узагальнена модель, що описує однорідний нестаціонарний процес має вигляд

$$\phi(B)w_i = \theta(B)a_i, \quad (16)$$

$$\text{де } w_i = \nabla^d u_i. \quad (17)$$

Таким чином, однорідний нестаціонарний процес може бути описаний моделлю, яка вимагає, щоб d -а різниця процесу була стаціонарною. Процес, визначений (16), представляє собою ефективну модель для опису стаціонарних та нестаціонарних часових рядів і має назву авторегресійно-інтегрована ковзна середня (АРПКС) модель порядку (p, d, q) і записується у вигляді

$$w_i = \phi_1 w_{i-1} + \dots + \phi_p w_{i-p} + a_i - \theta_1 a_{i-1} - \dots - \theta_q a_{i-q}, \quad (18)$$

де $w_i = \nabla^d u_i$.

Наступний крок у побудові моделей часових рядів - це ідентифікація, яка застосовується до статистичних даних для виявлення типу моделей, які має сенс використовувати у подальших дослідженнях. Конкретна мета полягає в тому, щоб отримати вказівку на те, які значення параметрів p, d, q потрібні в загальній лінійній моделі АРПКС та оцінити значення цих параметрів. Задача полягає в тому, щоб ідентифікувати відповідний підклас моделей із сімейства моделей АРПКС

$$\phi(B)\nabla^d u_i = \theta_0 + \theta(B)a_i. \quad (19)$$

Для цього треба виконати такі вимоги:

- брати різницю ∇ від u_i стільки разів, скільки необхідно, щоб забезпечити стаціонарність для зведення досліджуваного процесу до АРКС

$$\phi(B)w_i = \theta_0 + \theta(B)a_i$$

де $w_i = \nabla^d u_i$,

- ідентифікувати результуючий процес АРКС.

Основний інструмент для реалізації зазначених пунктів - автокореляційна функція.

При ідентифікації порядку різниці нестаціонарність підказується відсутністю швидкого спаду автокореляційної функції. Передбачається, що необхідний для отримання стаціонарності ступінь різниці d буде

досягнутий, якщо автокореляційна функція часового ряду (19) швидко згасає.

Після знаходження величини ступені різниці d треба вивчити загальний вид автокореляційної функції для вибору порядків p, q операторів АРКС. Розглянемо ідентифікацію часового ряду по вартості товару. На рис.1 представлений графік часового ряду. Для переходу від номерів до реального часу треба скористатися формулою

$$t = 1999 + i, \text{ (роки)} \quad (20)$$

Аналіз даних [10] вказує на те, що представлений часовий ряд має нестационарні властивості, оскільки відсутній фіксований рівень вартості певного продукту протягом часу, що досліджується.

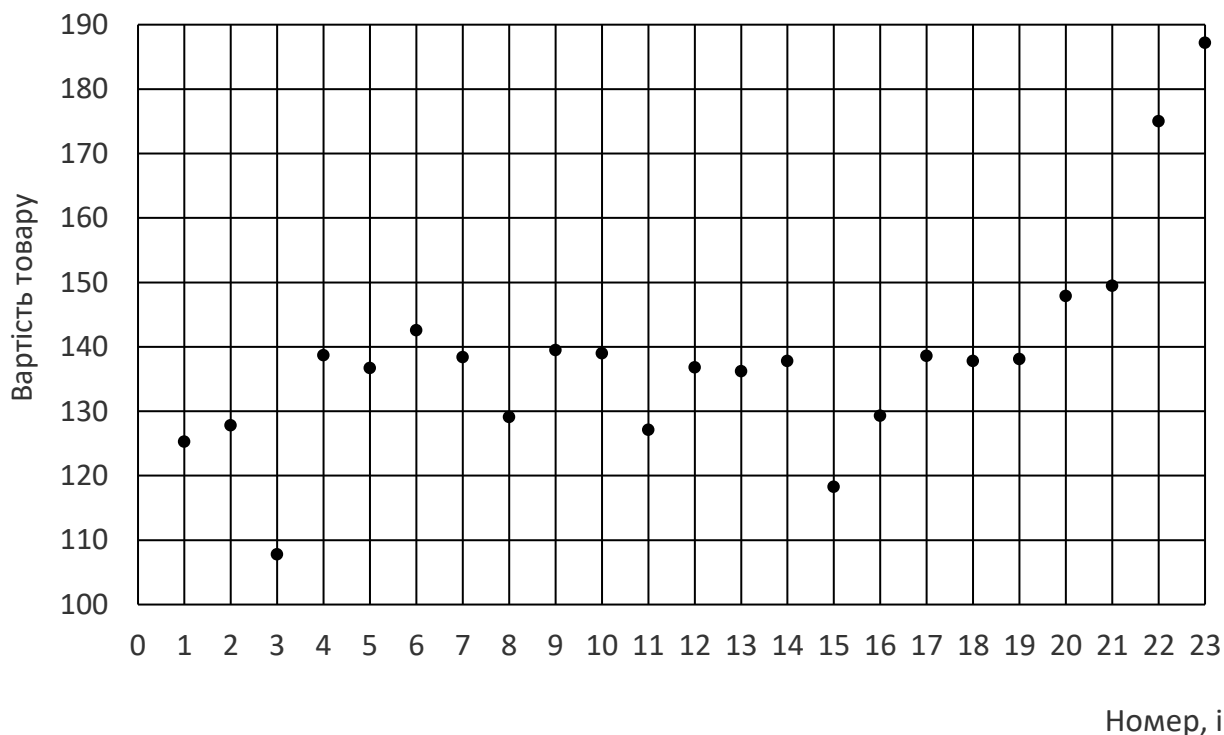


Рис. 1. Графік часового ряду вартості залізорудної сировини (складено авторами)

В табл. 1 і на рис. 2 і 3 представлені вибіркові автокореляції значень і різниці цього часового ряду.

Таблиця 1

Вибіркові автокореляції значень і різниці часового ряду

Затримки (k)	0	1	2	3	4	5	6
u	1	0.773	0.497	0.428	0.162	0.132	0.072
∇u	1	0.033	0.094	0.21	0.01	0.199	0.081

Для досліджуемого ряду автокореляції ∇u малі вже після першої затримки.

Це вказує на те, що цей часовий ряд може бути описаний як процес ПКС (0,1,1), тобто

$$\nabla u_i = a_i - \theta_1 a_{i-1}. \quad (21)$$

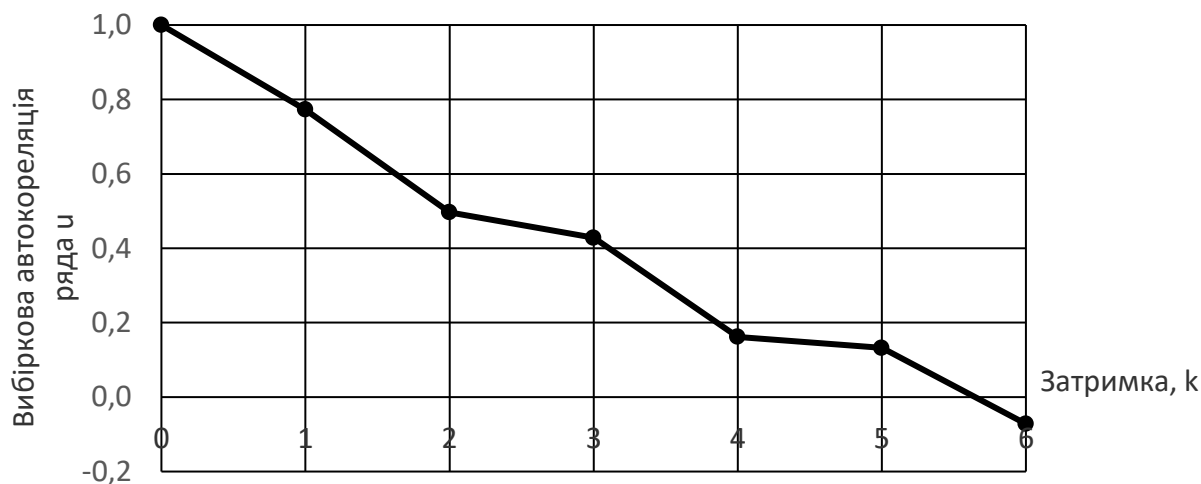


Рис. 2. Вибіркова автокореляція ряду, u (складено авторами)

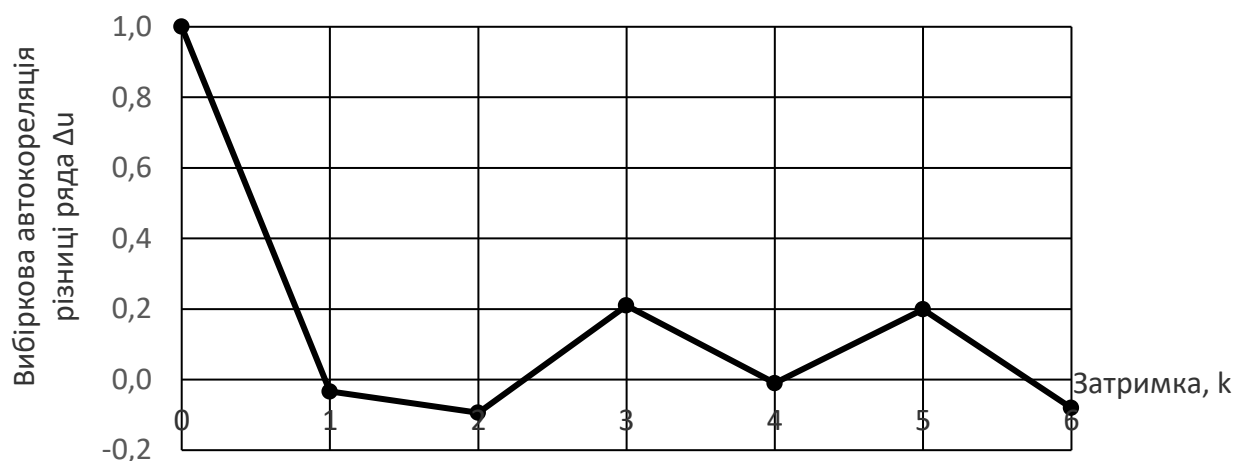


Рис. 3. Вибіркова автокореляція різниці ряду, Vu (складено авторами)

Початкові оцінки для процесу ПКС (0,1,1) можна знайти, розв'язавши рівняння відносно θ_1

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1+\theta_1^2}, \quad (22)$$

Маємо два розв'язки

$$\theta_1 = -0.5\rho_1^{-1} \pm \sqrt{0.25\rho_1^{-2} - 1}, \quad (23)$$

Враховуючи, що для різниці ряду $\rho_1 = -0.033$, згідно формулі (20), маємо

$$\theta_1 = -0.5 \cdot (-0.033)^{-1} \pm \sqrt{0.25(-0.033)^{-2} - 1} = 30.3,$$

$$\theta_1' = -0.5 \cdot (-0.033)^{-1} - \sqrt{0.25(-0.033)^{-2} - 1} = 0.033.$$

Приймаємо $\theta_1' = 0.033$, враховуючи, що це значення лежить всередині інтервалу оборотності $-1 < \theta_1 < 1$. Таким чином, формула (21) приймає вигляд

$$\nabla u_i = a_i - 0.033a_{i-1}. \quad (24)$$

Оскільки процес ідентифікації привів до пробного варіанту моделі, наступний крок полягав в отриманні ефективних оцінок параметрів. Для цього була складена цільова функція, яка дозволяла уточнити початкову оцінку параметру θ_1

$$S(\theta_1) = \sum_{i=1}^{23} (w_i + \theta_1 \cdot a_{i-1})^2, \quad (25)$$

де $w_i = \nabla u_i$.

Мінімізація функції (25) дало таке значення параметра

$$\hat{\theta}_1 = 0.236, \quad (26)$$

При значенні (26) мінімальне значення функції дорівнює

$$S(\hat{\theta}_1) = 3172, \quad (27)$$

На рис. 4 показано графічне підтвердження здобутого результату. Таким чином,

функція (21) з урахуванням (26) приймає вигляд

$$\forall u_i = a_i - 0.236 \cdot a_{i-1},$$

або

$$u_i = u_{i-1} + a_i - 0.236 \cdot a_{i-1}, \quad (28)$$

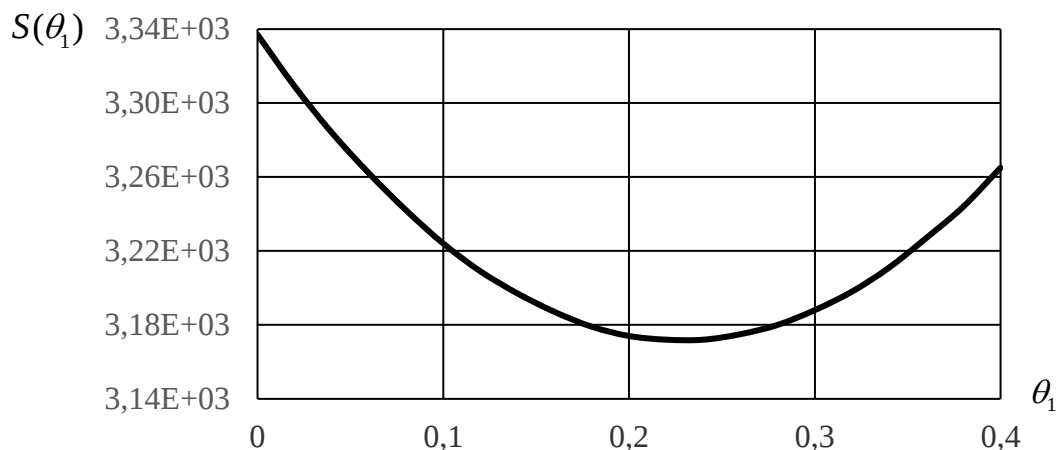


Рис. 4. Графік функції (25) в околиці мінімуму функції (складено авторами)

Для обчислення значень часового ряду була застосована формула (28) у вигляді

$$v_i = 0.764 \cdot v_{i-1} + 0.236 \cdot u_{i-1}, \quad (i = 1, 2, \dots, 23), \quad (29)$$

де $v_0 = u_0$.

На рис.5 представлені графіки результатів моделювання вартості товару.

Прогноз вартості товару, як виражене середнє попередніх спостережень, був проведений для 2022 року на 4 роки вперед по формулі

$$\hat{u}_i(l) = \lambda \cdot u_i + \lambda(1 - \lambda) \cdot u_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 \cdot u_{i-2} + \dots, \quad (30)$$

де $\lambda = 1 - \hat{\theta}_0 = 1 - 0.236 = 0.764$.

Таким чином, для моделі ПКС (0,1,1) прогноз для всіх часів у майбутньому – це експоненційно зважене ковзне середнє сьогоднішнього та попередніх значень u_i

Для визначення ймовірнісних меж прогнозів при довільному попередженні скористаємося формулою дисперсії помилок для моделі ПКС(0,1,1)

$$V(l) = s_a^2[1 + (l - 1)\lambda^2], \quad (31)$$

де s_a^2 – оцінка остаточної дисперсії.

Оцінка остаточної дисперсії визначається, згідно (27), по формулі

$$s_a^2 = \frac{S(\hat{\theta}_0)}{n} = \frac{3172}{23} = 137.9, \quad (32)$$

Тоді $(1 - \varepsilon)$ -ні ймовірні межі $u_{i+l}(-)$ і $u_{i+l}(+)$ для u_{i+l} матимуть вигляд

$$u_{i+l}(\pm) = \hat{u}_i(l) \pm v_{\varepsilon/2} \cdot \sqrt{V(l)},$$

або, з урахуванням (31),

$$u_{i+l}(\pm) = \hat{u}_i(l) \pm v_{\varepsilon/2} \cdot \sqrt{1 + (l - 1)\lambda^2} \cdot s_a, \quad (33)$$

де $v_{\varepsilon/2}$ – квантиль рівня $1 - \varepsilon/2$ стандартного нормального розподілу.

Враховуючи (33), 50%-ні і 95%-ні межі прогнозування для $\hat{u}_i(l)$ запишуться у вигляді.

50%-ні межі:

$$\hat{u}_i(l) \pm 0.674 \cdot [1 + (l - 1) \cdot 0.584] \cdot 11.7, \quad \text{або} \quad \hat{u}_i(l) \pm (3.28 + 4.61 \cdot l). \quad (34)$$

95%-ні межі:

$$\hat{u}_i(l) \pm 1.96 \cdot [1 + (l - 1) \cdot 0.584] \cdot 11.7 \quad \text{або} \quad \hat{u}_i(l) \pm (9.54 + 13.4 \cdot l). \quad (35)$$

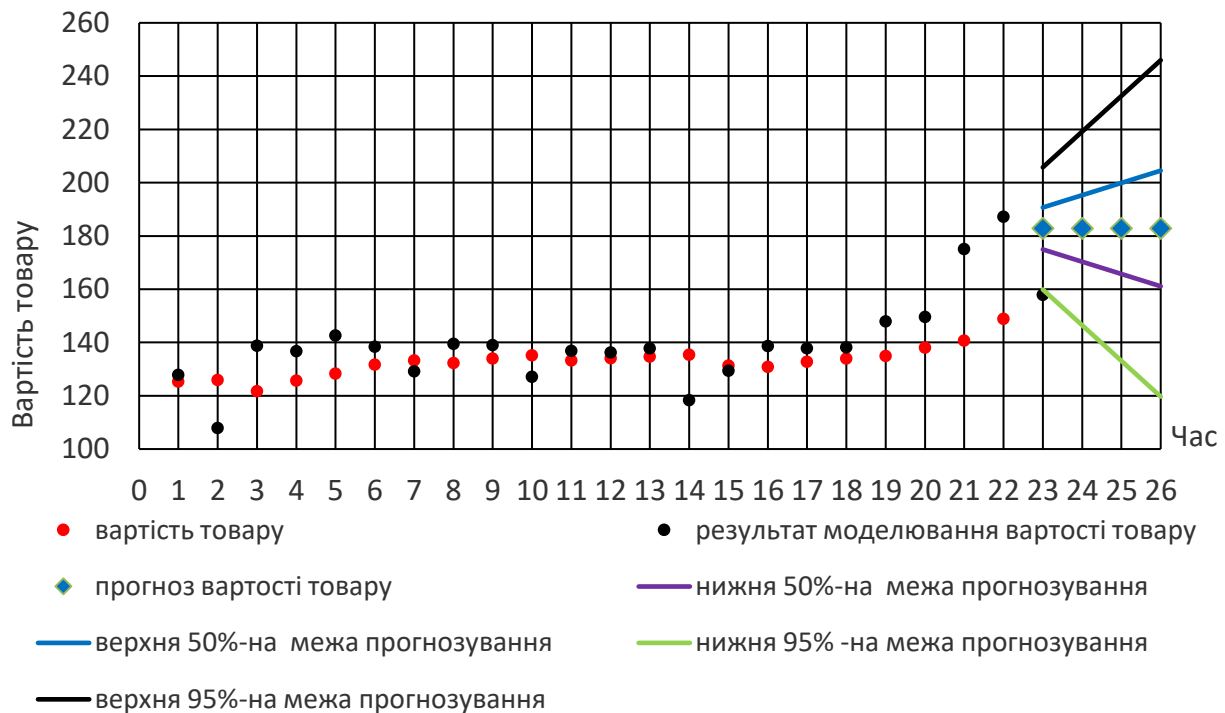


Рис. 5. Графіки результатів моделювання вартості залізорудної сировини методом Бокса-Дженкінса (складено авторами)

На рис. 5 представлені графіки 50% і 95% - вих ймовірностей меж прогнозування, обчислених по формулам (34) і (35) для відповідних моментів часу.

Висновки. В результаті вирішення задачі прогнозування часового ряду як стохастичного щодо вартості товару, а саме залізорудної сировини, за засадах методу Бокса-Дженкінса, можемо зазначити наступне. Моделі часових рядів вартості товару у часовій області в дійсності є стохастичними. Стаціонарні моделі є важливим класом стохастичних моделей для опису часових рядів. Головна особливість у розробці моделей стохастичних часових рядів – припущення про

стаціонарність. Стохастична модель, для якої прогнозування експоненційно зваженим ковзним середнім є оптимальною, відноситься до класу нестационарних процесів. До обчислення найкращого прогнозу, необхідно вказати його точність, задля оцінювання ризику щодо прогнозування. Точність прогнозу виражається ймовірнісними межами з обох боків від кожного прогнозованого значення. Побудована стохастична модель часового ряду і відповідний прогноз на основі методу Бокса-Дженкінса мають 50% і 95% ймовірності меж прогнозування, що свідчить про можливість їх практичного застосування.

Список літератури

1. Соколовська З. М., Андрієнко В. М., Івченко І. Ю. Математичне та комп'ютерне моделювання економічних процесів: монографія. Одеса: Астропринт, 2016. 272 с.
2. Вітлінський В. В. Моделювання економіки. Київ: КНЕУ, 2015. 408 с.
3. Пономаренко В. С., Тридід О. М., Кизим М. О. Стратегія розвитку підприємства в умовах кризи. Харків: ІНЖЕК, 2005. 328 с.
4. Берідзе Т. М., Серебренников В. М., Лохман Н. В. Моніторинг виробничої діяльності підприємств Криворізького регіону. Економіка та суспільство, 2018. <http://www.economyandsociety.in.ua/index.php/journal-15>.
5. Берідзе Т. М. Статистичний моніторинг в системі стратегічного управління підприємством: монографія. Кременчук: ПП Щербатих О. В. 2016. 332 с.
6. Чорноус Г. О. Проактивне управління соціально-економічними системами на основі інтелектуального аналізу даних: методологія і моделі: монографія. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2014. 351 с.

7. Бутник О. М. Економіко-математичне моделювання динамічних закономірностей розвитку економічних систем. Харків: ВД «Інжек», 2013. 224 с.

8. Тимофєєв В. О., Чумаченко І. В. Моделювання процесів в економіці та управлінні проектами з використанням нових інформаційних технологій: монографія. Харків: ХНУРЕ, 2015. 245 с.

9. Пархоменко О. П. Прогнозування обсягу збуту як елемент планування розвитку

підприємства. Вчені записки Університету «КРОК». Вип. 33. 2013. С. 258–262.

10. Берідзе Т. М. Вартісна-цільові аспекти ефективності управління залізородним підприємством. *Проблеми правового, фінансового та економічного забезпечення розвитку національної економіки (галузевий та територіальний аспекти): монографія*. За ред. Л. М. Савчук, Л. М. Бандоріної. Дніпро: Пороги. 2021 С. 139-148. ISBN 978-617-518-396-0

References

1. Sokolovska, Z. M., Andriienko, V. M. & Ivchenko, I. Yu. (2016). *Matematychnе ta kompiuterne modeliuвання ekonomichnykh protsesiv: monohrafiia*. [Mathematical and computer modeling of economic processes: monograph]. Odesa, Astroprynt Ukraine Publ. 272 p.

2. Vitlins'kyj, V. V. (2015). *Modeliuвання ekonomiky* [Modeling the economy] Kyiv, KNEU Publ. 408 p.

3. Ponomarenko, V. S., Trydid, O. M., Kyzym, M. O. (2005). *Stratehiia rozvytku pidpryemstva v umovakh kryzy* [The strategy of enterprise development in a crisis] Kharkiv, INZhEK Publ. 328 p.

4. Beridze, T. M., Serebrennikov, V. M., Lokhman, N. V. (2018). *Monitoring of production activity of enterprises of Kryvyi Rih region Ekonomika ta suspilstvo* [Monitoring of production activity of enterprises of the Kryvyi Rih region]. Available at: <http://www.economyandsociety.in.ua/index.php/journal-15>.

5. Beridze, T. M. (2016). *Statystychnyj monitoryng v system strateghichnogho upravlinnja pidpryemstvom: monohrafiia* [Statistical monitoring in the enterprise strategic management system: monograph]. Kremenchug, PP Scherbatykh O.V Publ. 328 p.

6. Chornous, H. O. (2014). *Proaktyvne upravlinnia sotsial'no-ekonomichnymy systemamy na osnovi intelektual'noho analizu danykh: metodolohiia i modeli: monohrafiia* [Proactive management of socio-economic systems based on intellectual data analysis: methodology and models: monograph]. Kyiv, VPTs «Kyivs'kyj universytet» Publ. 351 p.

7. Butnyk, O. M. (2013). *Ekonomiko-matematychne modeliuвання dynamichnykh zakonirnostej rozvytku ekonomichnykh system* [Economic and mathematical modeling of dynamic patterns of development of economic systems]. Kharkiv, VD «Inzhеk» Publ. 224 p.

8. Timofieiev, V. O., Chumachenko, I. V. (2015). *Modeliuвання protsesiv v ekonomitsi ta upravlinni proektamy z vykorystanniam novykh informatsijnykh tekhnolohij: monohrafiia* [Modeling of processes in the economy and project management using new information technologies: monograph]. Kharkiv, KhNURE Publ. 224 p.

9. Parchomenko, O. P. (2013). *Prohnozuвання obsiahu zbutu iak element planuvannya rozvytku pidpryemstva* [Prognostication of volume of sale as element of planning of development of enterprise]. Vcheni zapysky Universytetu «KROK» [Scientific notes of the KROK University], vol. 33. pp. 258–262.

10. Beridze, T. M. (2021). *Vartisno-tsilovi aspekty modeliuвання efektyvnosti upravlinnia zalizorudnym pidpryemstvom* [Value-target aspects of modeling the efficiency of management of an iron ore enterprise]. *Problemy pravovoho, finansovoho ta ekonomichnoho zabezpechennia rozvytku natsionalnoi ekonomiky (haluzevyi ta terytorialnyi aspekty): monohrafiia* [Problems of legal, financial and economic support for the development of the national economy (industry and territorial aspects)] Dnipro, Porohy Publ. pp. 139-148.

Objective. The objective of the present article is the development of evaluation of the effectiveness of forecasting the time series of cost indicators as stochastic using known methods.

Methods. The following methods and techniques of cognition were used in the research process: theoretical generalization and comparison, analysis and synthesis, induction and deduction, generalization and systematization, statistical methods of time series analysis.

Results. The article presents the stages of forming a statistical analysis of a time series. It has been established that in modern conditions of evaluating the effectiveness of economic research, a more thorough analysis of the dependence of value indicators on time is necessary. Their mathematical models are usually used to describe the behavior of physical objects. If a model based on physical laws can be obtained, such a model would be deterministic. At the same time, in practice, even such a model is not completely deterministic, since a number of unaccounted factors may participate in it. For such objects, it is not possible to offer a deterministic model that allows accurate calculation of the future behavior of the object. Nevertheless, it is possible to propose a model that allows you to calculate the probability that some future value will lie in a certain interval. Such a model is called stochastic. Time series models of commodity prices in the time domain are actually stochastic. An important class of stochastic models for describing time series are stationary models. They are based on the assumption that the process remains in equilibrium with respect to a constant average level, which is confirmed by studying the time series of the cost of goods in the time domain. Mathematical models of stochastic time series were built based on the study of the real dependence of indicators on time. In practical terms, this will improve the economic performance of the enterprise. For practical implementation, a stochastic time series of the cost indicator was constructed; an economic-mathematical model for the value indicator based on a time series was formed for the purpose of forecasting. The quality of the forecast is determined not only by the forecast error, but also by the number of parameters included in the model of the forecasting function. Analysis of the data shows that the smallest forecast error occurs for the analytical trend function. Along with this, the trend function has six parameters. If we take into account the number of parameters, then the best method will be the moving average, which has an error variance of 54 with one parameter.

Key words: economic-mathematical model, enterprise, cost, time series.

Надійшла до редакції 02.04.2024